

Info Artikel:  
Disubmit pada 12 Oktober 2023  
Direview pada 14 Oktober 2023Direvisi pada 24 Oktober 2023  
Diterima pada 25 Oktober 2023  
Tersedia secara daring pada 31 Oktober 2023

---

**IMPLEMENTASI SIMULTANEOUS PICK UP AND DELIVERY VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOWS MENGGUNAKAN INTEGER NON-LINEAR PROGRAMMING****Maya Widyastiti<sup>1\*</sup>, Amar Sumarsa<sup>2</sup>**<sup>1,2</sup>Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Pakuan, Bogor, IndonesiaAlamat email: [maya.widyastiti@unpak.ac.id](mailto:maya.widyastiti@unpak.ac.id)\*

**ABSTRAK.** Penelitian ini bertujuan untuk mengimplementasikan variasi dari model *Vehicle Routing Problem* (VRP) untuk melakukan pendistribusian suatu barang, Rute yang dirancang untuk menentukan banyaknya kendaraan yang digunakan dan rute terpendek pendistribusian. Model *Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem with Time Windows* (PDVRPTW) dimodelkan dalam bentuk *Integer Non-Linear Programming*, dan diselesaikan menggunakan metode *Branch and Bound*. Model ini digunakan karena dapat menghasilkan solusi dalam menyelesaikan masalah optimisasi rute dengan batasan tertentu. PDVRPTW merupakan permasalahan rute kendaraan dimana setiap konsumen terjadi pengiriman dan pengambilan barang sekaligus dan terdapat batasan waktu. Hasil yang diperoleh sebanyak 4 kendaraan yang digunakan. Jarak tempuh terpendek sebesar 26816 meter. Jarak tempuh kendaraan 1 sebesar 5299 meter, kendaraan 2 sebesar 6546 meter, kendaraan 3 sebesar 6684 meter dan kendaraan 4 sebesar 8287 meter. Hasil penentuan rute menggunakan metode *Branch and Bound* memberikan rute yang lebih baik, dimana jarak pengiriman dapat dihemat sebesar 2575 meter atau 9,6%.

**Kata Kunci:** Batasan Waktu, Integer Non-Linear Programming, Rute kendaraan, Pengantaran dan Pengambilan

**ABSTRAK.** This study aims to develop a model variant of VRP to prepare the distribution of goods. Constructing route to determine the number of vehicles used and the shortest route in distribution. The Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem with Time Windows (PDVRPTW) is modeled in the form of Integer Non Linear Programming, and is solved using the Branch and Bound method. It is used because it has a solution in solving the optimal routing problem with certain limitations. PDVRPTW is a problem of vehicle where the delivery and pick up of product each customer is conducted simultaneously and there are a time windows. The results obtained were 4 vehicles used. The shortest distance is 26816 meters. The distance of 1<sup>st</sup> vehicle is 5299 meters, 2<sup>nd</sup> vehicle is 6546 meters, 3<sup>rd</sup> vehicle is 6684 meters and 4<sup>th</sup> vehicle is 8287 meters. The result of route determination using Branch and Bound Method provide a better route where delivery distance can be saved by 2120 meters or 7.32%.

**Keyword:** *Integer Non-Linear Programming, Time Windows, Simultaneous Pick up and Delivery, Vehicle Routing Problem*

**I. PENDAHULUAN**

*Vehicle routing Problem* (VRP) merupakan suatu masalah pada penentuan rute optimal dari satu atau lebih sumber (depot) ke sejumlah titik lokasi (pelanggan). VRP digambarkan memiliki sejumlah kendaraan dengan kapasitas yang sama pada suatu depot dan akan melayani sejumlah pelanggan. Sejumlah rute akan dihasilkan untuk melakukan pengiriman barang yang dimulai dari depot ke beberapa pelanggan

dengan menggunakan kendaraan tertentu, dan berakhir kembali ke depot yang sama. Rute tersebut mempertimbangkan kapasitas kendaraan dan permintaan pelanggan, dengan tujuan meminimumkan jarak atau biaya ataupun waktu perjalanan.

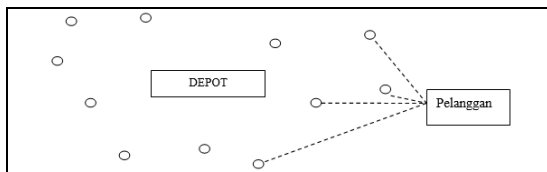
*Vehicle Routing Problem* digambarkan sebagai suatu graf terhubung  $G = (V, E)$ , dengan  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  adalah himpunan tak



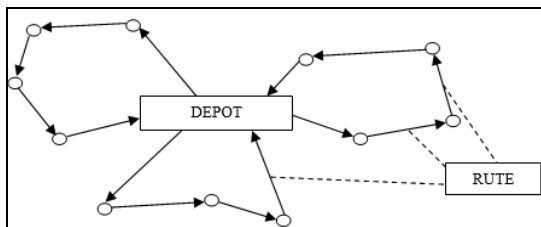
kosong dari simpul (*vertex* atau *node*) dan  $E$  adalah himpunan busur (*edge* atau *arc*) yang menghubungkan sepanjang simpul dalam graf tersebut. Simpul didefinisikan sebagai sejumlah pelanggan yang akan dikunjungi, dengan indeks 1 diasumsikan sebagai depot, sedangkan busur didefinisikan sebagai perjalanan atau rute yang menghubungkan pelanggan  $i$  dan pelanggan  $j$ . Menurut Adewumi & Adeleke (2016), rute optimal yang dirancang untuk meminimumkan jarak, VRP harus memenuhi batasan sebagai berikut.

1. Setiap rute perjalanan berawal dan berakhir di depot
2. Setiap pelanggan hanya dapat dikunjungi satu kali oleh satu kendaraan
3. Kendaraan yang digunakan homogeny dan memiliki kapasitas tertentu
4. Permintaan pelanggan pada setiap rute perjalanan tidak melebihi kapasitas kendaraan

Gambar berikut menjelaskan input dari sebuah VRP dan solusi yang mungkin terjadi.



Gambar 1. Input VRP



Gambar 2. Rute yang dihasilkan menggunakan VRP

Dalam perkembangannya, banyak faktor-faktor lainnya yang muncul. Hal ini yang menyebabkan VRP memiliki beberapa variasi (Sandhya & Kumar, 2013), antara lain:

1. *Capacitated* VRP: setiap kendaraan memiliki kapasitas yang sama dan terbatas
2. VRP dengan batasan waktu (*time windows*): setiap pelanggan hanya dapat dilayani pada waktu tertentu

3. *Multiple* depot VRP: Pengiriman dilakukan dari beberapa depot untuk memenuhi permintaan pelanggan
4. *Pickup and Delivery* VRP: Terjadi proses pengiriman dan pengambilan barang dari pelanggan
5. *Periodic* VRP: pengiriman barang dilakukan pada hari tertentu
6. Kombinasi dari variasi VRP yang ada, seperti *multiple depot VRP with time windows*

VRP telah banyak diteliti sebelumnya, antara lain Kristina et al. (2020) yang menerapkan model *Capacitated* VRP menggunakan *Google OR-tools* untuk menentukan rute pengantaran obat pada perusahaan Pedagang Besar Farmasi (PBF). Hasil yang diperoleh menggunakan model VRP lebih baik dari rute yang digunakan sebelumnya, sebesar 18,8% untuk jarak pengiriman dan 14,53% untuk biaya pendistribusian. Variasi VRP dengan *time windows* juga pernah diteliti dengan menggunakan algoritma genetika yang diterapkan pada *Mobile Grapari* (MOGI) (Karim et al., 2018). Implementasi VRP lainnya, yaitu VRP *multiple trips* pernah diteliti pada masalah pengangkutan sampah (Widyastiti & Awaludin, 2021). Selain itu, variasi VRP lain pernah dimodelkan dalam bentuk *Pickup and Delivery* VRP menggunakan algoritma Tabu search, dengan penghematan biaya transportasi sebesar 13,72% daripada rute awal perusahaan (Garside & Cahyanti, 2018). Penelitian mengenai VRP lainnya mengombinasikan VRP *time windows*, *multiple product* dan *multiple route* menggunakan algoritma *Sequential insertion* oleh (Putri, 2017),. Selain untuk meminimumkan jarak atau biaya, model VRP juga dapat digunakan untuk menentukan banyaknya rute dan armada pengangkutan sampah di Kota Bogor oleh (Widyastiti & Kamila, 2020).

Pada penelitian ini masalah *Pickup dan Delivery VRP with time windows* diterapkan pada salah satu Usaha Mikro Kecil dan Menengah (UMKM) yang memproduksi makanan ringan yang terletak di Kota Bogor, yaitu Khalifah Sejahtera Mandiri (UMKM KSM). Dalam pendistribusian makanan ringan, UMKM ini

hanya mengandalkan jarak terdekat dari satu titik pengantaran ke titik lainnya atau berdasarkan keinginan dari kurir yang mengantar sehingga tiap dilakukan pengantaran mungkin saja terjadi perbedaan rute. Hal ini mengakibatkan biaya pengiriman menjadi tidak menentu dan potensi adanya keluhan dari pelanggan bisa terjadi karena dikirim tidak sesuai waktu yang diharapkan. Oleh karena itu, diperlukan adanya rute yang tepat sehingga biaya pengiriman dapat seminimal mungkin dan keuntungan yang diperoleh dapat menjadi maksimal.

## II. METODE PENELITIAN

### Metode *Branch and Bound*

Prinsip dasar metode *Branch and Bound* adalah memecah daerah fisibel suatu masalah LP-relaksasi dengan membuat *subproblem-subproblem* (Nur & Abdal, 2017). Ada dua konsep dasar dalam metode ini, yaitu *branching* dan *bounding*.

1. *Branching*, yaitu proses membagi permasalahan menjadi subproblem-subproblem yang mungkin mengarah ke solusi.
2. *Bounding*, yaitu proses untuk menghitung batas atas (kasus minimisasi) dan batas bawah (kasus maksimisasi) untuk solusi optimal pada subproblem yang mengarah ke solusi.

Berikut ini adalah langkah-langkah penyelesaian suatu masalah dengan metode *branch and bound* (Nur & Abdal, 2017).

1. Selesaikan masalah program linear dengan metode simpleks selesaikan masalah tanpa pembatasan bilangan integer.
2. Teliti solusi optimalnya, jika variabel keputusan yang diharapkan adalah bilangan integer, solusi optimum integer telah tercapai. Jika satu atau lebih variabel keputusan yang diharapkan ternyata bukan bilangan integer, lanjutkan ke langkah 3.
3. Jadikan solusi pada penyelesaian langkah 1 menjadi batas atas dan untuk batas bawahnya merupakan solusi yang variabel keputusannya telah diintegerkan (*rounded – down*).

4. Pilih variabel yang mempunyai nilai pecahan terbesar (artinya bilangan desimal terbesar dari masing-masing variabel untuk dijadikan pencabangan ke dalam beberapa sub-masalah. Tujuannya adalah untuk menghilangkan solusi yang tidak memenuhi persyaratan integer dalam masalah itu. Pencabangan itu dilakukan secara *mutually exclusive* untuk memenuhi persyaratan integer dengan jaminan tidak ada solusi fisibel (layak) yang diikutsertakan. Hasilnya adalah sebuah sub masalah dengan batasan  $\leq$  atau batasan  $\geq$ .
5. Untuk setiap sub-masalah, nilai optimum fungsi tujuan ditetapkan sebagai batas atas. Solusi optimum yang diintegerkan menjadi batas bawah (solusi yang sebelumnya tidak integer kemudian diintegerkan). Untuk semua sub- masalah yang memiliki batas atas kurang dari batas bawah yang ada, tidak diikutsertakan pada analisa selanjutnya. Suatu solusi integer fisibel (layak) adalah sama baik atau lebih baik dari batas atas untuk setiap sub masalah yang dicari. Jika solusi yang demikian terjadi, suatu sub masalah dengan batas atas terbaik dipilih untuk dicabangkan. Kembali ke langkah 4.

## III. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan berupa data lokasi tiap kios makanan beserta jaraknya. UMKM KSM dijadikan sebagai depot, dimana kendaraan yang digunakan akan dimulai dan berakhir di UMKM KSM ini. Lokasi UMKM KSM ini selanjutnya akan diberi indeks 1. Kios yang menjual makanan ringan dari UMKM KSM ini merupakan tujuan pengiriman dan pengambilan makanan ringan yang tidak laku terjual sebanyak 31 kios, dan diberi indeks 2-32. Data jarak antar lokasi diperoleh dengan bantuan *google maps* dengan mempertimbangkan jalur yang dapat dilalui oleh kendaraan milik UMKM KSM. Jarak dari kios satu ke kios lainnya diasumsikan berupa matriks simetri, artinya jarak dari kios  $i$  ke kios  $j$  sama dengan jarak dari kios  $j$  ke kios  $i$  ( $d_{ij} = d_{ji}$ ). UMKM ini memiliki 7 kendaraan yang tersedia,

dengan kapasitas yang sama, yaitu 200 bungkus makanan ringan. Pada penelitian ini, tidak semua kendaraan akan digunakan dalam proses pengiriman dan pengambilan makanan ringan. Selain itu, kecepatan dari kendaraan juga diasumsikan sama, yaitu 30 km/jam atau 500 meter/menit.

Pada penelitian ini setiap kios memiliki banyaknya permintaan makanan ringan yang harus dikirim dan diambil, yang sudah diketahui

sebelumnya dan harus terpenuhi. Setiap kios juga memiliki batasan waktu (*time windows*) untuk dilayani. Hal ini menunjukkan bahwa setiap kios hanya dapat dilayani pada selang waktu tertentu. Data banyaknya yang dikirim ( $d_i$ ), banyaknya yang diambil ( $p_i$ ), waktu pelayanan ( $c_i$ ), waktu tercepat ( $l_i$ ) dan waktu terlama ( $y_i$ ) dari setiap kios dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Data banyaknya pengiriman dan pengambilan, waktu pelayanan, waktu tercepat dan terlama

Kios ke-	$d_i$	$p_i$	$c_i$	$l_i$	$y_i$	Kios ke-	$d_i$	$p_i$	$c_i$	$l_i$	$y_i$
1	0	0	0	0	0	17	23	23	90	300	5
2	12	27	0	300	5	18	17	23	90	300	5
3	24	24	0	300	5	19	24	22	90	540	5
4	13	29	0	300	5	20	23	21	90	540	5
5	19	15	60	300	5	21	23	21	90	540	5
6	16	28	60	300	5	22	21	14	120	540	5
7	23	12	60	300	5	23	13	23	120	540	5
8	11	18	60	300	5	24	24	21	120	540	5
9	25	13	60	300	5	25	21	16	120	540	5
10	14	22	60	300	5	26	21	29	120	540	5
11	19	20	60	300	5	27	16	14	120	540	5
12	24	27	90	300	5	28	16	26	120	540	5
13	10	19	90	300	5	29	19	13	120	540	5
14	14	11	90	300	5	30	20	13	120	540	5
15	16	16	90	300	5	31	13	15	120	540	5
16	11	16	90	300	5	32	21	19	120	540	5

**Formulasi Matematika**

**Parameter**

- $dist_{ij}$  = jarak dari kios  $i$  ke kios  $j$
- $t_{ij}$  = waktu tempuh dari kios  $i$  ke kios  $j$
- $d_i$  = banyaknya pengiriman di kios  $i$
- $p_i$  = banyaknya pengambilan di kios  $i$
- $a_k$  = kapasitas kendaraan  $k$
- $v_k$  = rata-rata kecepatan kendaraan  $k$
- $b_i$  = waktu kios  $i$  dilayani
- $y_i$  = lama pelayanan di kios  $i$
- $c_i$  = waktu tercepat kios  $i$  dilayani
- $l_i$  = waktu terlama kios  $i$  dilayani
- $M$  = konstanta riil yang bernilai relatif besar

**Variabel Keputusan**

- $w_k$ , bernilai 1 jika kendaraan- $i$  digunakan, dan bernilai 0 jika lainnya

- $x_{ijk}$ , bernilai 1 jika ada perjalanan dari kios- $i$  ke kios- $j$  menggunakan kendaraan- $k$ , dan bernilai 0 jika lainnya
- $y_{ijk}$ , bernilai 1 jika banyaknya barang yang dikirimkan dari kios- $i$  ke kios- $j$  menggunakan kendaraan  $k$
- $z_{ijk}$ , bernilai 1 jika banyaknya barang yang diambil dari kios- $i$  ke kios- $j$  menggunakan kendaraan  $k$

**Fungsi Objektif**

- a. Penentuan Banyaknya kendaraan yang digunakan, yaitu meminimumkan banyaknya kendaraan dalam pendistribusian makanan. Formulasi dari fungsi objektif adalah sebagai berikut. (Widyastiti & Kamila, 2020)

$$\sum_{k=1}^8 w_k \quad (1)$$

b. Penentuan rute optimal, yaitu meminimumkan total jarak tempuh kendaraan. Formulasi dari fungsi objektif adalah sebagai berikut. (Widyastiti & Kamila, 2020)

$$\sum_{k=1}^8 \sum_{i=1}^{32} \sum_{j=1}^{32} x_{ijk} dist_{ij} \quad (2)$$

**Kendala**

1. Tidak semua kendaraan akan keluar dari depot, artinya hanya kendaraan yang terpilih saja yang akan digunakan untuk mengantar dan mengambil makanan ringan di kios

$$\sum_{j=2}^{32} x_{1jk} \leq 1, \forall k = 1,2,3, \dots, 7 \quad (3)$$

2. Setiap kios hanya dikunjungi satu kali. Proses kunjungan meliputi pengantaran dan pengambilan makanan ringan yang tidak terjual

$$\sum_{i=1}^{32} \sum_{k=1}^7 x_{ijk} = 1, \forall j = 2,3,4, \dots, 32$$

$$\sum_{j=1}^{32} \sum_{k=1}^7 x_{ijk} = 1, \forall i = 2,3,4, \dots, 32 \quad (4)$$

3. Kekontinuan Rute, artinya bahwa setiap kendaraan yang mengunjungi suatu kios maka kendaraan tentu akan meninggalkan kios tersebut

$$\sum_{i=1}^{32} x_{ipk} - \sum_{j=1}^{32} x_{pjk} = 0$$

$$\forall k = 1,2,3, \dots, 7$$

$$p = 2,3,4, \dots, 32 \quad (5)$$

4. Banyaknya makanan ringan yang dikirim dan diangkut sesuai dengan data di kios tersebut

$$\sum_{i=1}^{32} \sum_{k=1}^8 y_{ijk} = d_j, \forall j = 1,2,3, \dots, 32$$

$$\sum_{i=1}^{32} \sum_{k=1}^8 z_{ijk} = p_j, \forall j = 1,2,3, \dots, 32 \quad (6)$$

5. Kendala kapasitas kendaraan, artinya banyaknya makanan ringan yang akan dikirim dan diambil dari suatu kios tidak melebihi kapasitas kendaraan yang digunakan

$$\sum_{i=1}^{32} y_{ijk} + \sum_{i=1}^{32} z_{ijk} \leq a_k,$$

$$\forall j = 1,2,3, \dots, 32; \forall k = 1,2,3, \dots, 7 \quad (7)$$

6. Waktu kios mulai dilayani. Waktu suatu kios  $j$  akan dilayani dapat dihitung berdasarkan penjumlahan dari waktu pelayanan kios sebelumnya (kios  $i$ ), lamanya waktu pelayanan di kios  $i$  dan waktu tempuh dari kios  $i$  ke kios  $j$ .

$$t_{ijk} = \frac{dist_{ij}}{v_k}$$

$$b_{ik} + y_i + t_{ijk} - M(1 - x_{ijk}) \leq b_{ik}$$

$$\forall i = 1,2,3, \dots, 32$$

$$\forall j = 2,3,4, \dots, 32; i \neq j;$$

$$\forall k = 1,2,3, \dots, 7 \quad (8)$$

7. Memastikan setiap kios akan dilayani pada waktu yang telah ditentukan

$$c_i \leq b_{ik}$$

$$b_{ik} + y_i \leq l_i$$

$$\forall i = 2,3, \dots, 32$$

$$\forall j = 1,2,3, \dots, 32; i \neq j;$$

$$\forall k = 1,2,3, \dots, 7 \quad (9)$$

8. Kendala bilangan bulat dan kenonnegatifan

$$y_{ijk}, z_{ijk} \geq 0 \text{ dan integer}$$

$$\forall i, j = 1,2,3, \dots, 32; i \neq j;$$

$$\forall k = 1,2,3, \dots, 7 \quad (10)$$

9. Kendala Binary

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \text{ dan } w_k \in \{0,1\}$$

$$\forall i, j = 1,2,3, \dots, 32; i \neq j;$$

$$\forall k = 1,2,3, \dots, 7 \quad (11)$$

Dalam proses penyelesaiannya, model *Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem with Time Windows* dimodelkan dalam bentuk *Integer Non-Linear Programming*. Formulasi yang dibentuk kemudian diselesaikan dengan bantuan perangkat lunak berbasis fungsional



menggunakan metode *Branch and Bound*. Hasil yang diperoleh sebanyak 4 kendaraan digunakan untuk mendistribusikan makanan ringan dari depot ke kios dengan jarak tempuh terpendek

sebesar 26816 meter. Hasil rute yang diperoleh dengan menggunakan model *Integer Non-Linear Programming* dapat dilihat pada Tabel 3.2.

**Tabel 3.2** Hasil Rute menggunakan Model *Integer Non-Linear Programming*

Kendaraan ke-	Dilayani Ke-	Kios ke-	Total Jarak	Kendaraan ke-	Dilayani Ke-	Kios ke-	Total Jarak
1	1	1	0	2	1	1	0
	2	19	501		2	17	592
	3	13	1009		3	16	1158
	4	20	1534		4	22	1740
	5	21	2091		5	11	2271
	6	32	2879		6	2	3053
	7	3	3490		7	8	3894
	8	14	4369		8	10	5766
	9	1	5299		9	1	6546
3	1	1	0	4	1	1	0
	2	12	609		2	15	675
	3	28	965		3	5	1313
	4	18	1465		4	6	1937
	5	7	2170		5	26	2527
	6	24	2845		6	25	3071
	7	29	3448		7	27	4207
	8	4	4163		8	23	5031
	9	9	4762		9	31	5540
	10	30	5445		10	1	8287
	11	1	6684				
Total Jarak Tempuh						26816	

Pada Tabel 3.2 dapat dilihat bahwa kendaraan 1 melayani 7 kios dengan menempuh jarak minimum sebesar 5299 meter, dengan rute pendistribusian dari depot-kios 19-kios 13-kios 20-kios 21-kios 32-kios 3-kios 14-depot. Kendaraan 2 mengirimkan dan mengambil makanan ringan ke 7 kios, yang dimulai dari depot-kios 17-kios 16-kios 22-kios 11-kios 2-kios 8-kios 10-depot dengan total jarak minimum sebesar 6546 meter. Kendaraan 3 mendistribusikan makanan ringan ke 9 kios dengan jarak minimum sebesar 6684 meter dengan rute depot-kios 12-kios 28-kios 18-kios 7-kios 24-kios 29-kios 4-kios 9-kios 30-depot. Untuk kendaraan 4, makanan ringan dikirimkan ke 8 kios lainnya dari depot-kios 15-kios 5-kios 6-kios 26-kios 25-kios 27-kios 23-kios 31-depot dengan jarak minimum sebesar 8287 meter.

Selanjutnya, pengiriman ke kios 13, mengantar 10 makanan ringan dan mengambil 19 makanan yang tidak terjual. Kendaraan 1

membawa 146 makanan ke kios 20. Di kios 20, makanan ringan dikirimkan sebanyak 23 unit dan mengambil 21 unit makanan yang tidak terjual sehingga banyaknya makanan yang diangkut kendaraan 1 sebanyak 144. Pengiriman dilanjutkan ke kios 21, dengan mengirimkan 23 unit dan mengambil 21 unit. Pengiriman selanjutnya ke kios 32, dengan makanan baru yang dikirim sebanyak 21 unit dan mengambil 19 unit makanan ringan yang tidak terjual, sehingga pada kendaraan 1 mengangkut makanan ringan sebanyak 140 unit. Selanjutnya, pengiriman menuju kios 3 dengan makanan yang dikirim sebanyak 24 unit dan diambil sebanyak 24 unit sehingga kendaraan 1 mengangkut makanan ringan sebanyak 140 unit menuju ke kios 14. Kunjungan ke kios terakhir adalah kios 14 dengan mengirimkan 14 unit makanan baru dan mengambil 11 unit makanan ringan yang tidak terjual sehingga total makanan yang diangkut oleh mobil 1 sebanyak 137. Pada kendaraan

kedua, pendistribusian awal membawa 111 unit dan selanjutnya mengirimkan dan mengambil makanan ke 8 kios lainnya sehingga di akhir pendistribusian kendaraan 2 membawa 140 makanan ringan. Kendaraan ketiga membawa makanan ringan sebanyak 181 unit dan mengambil makanan ringan yang tidak terjual ke kios 12, 28, 18, 7, 24, 29, 4, 9 30, dan kembali lagi ke depot dengan membawa 168 unit

makanan yang tidak terjual. Kendaraan keempat mengirimkan sebanyak 135 unit ke 8 kios, dan mengambil 156 unit makanan yang tidak terjual. Hal ini menunjukkan bahwa pendistribusian makanan ringan tidak melebihi kapasitas kendaraan yaitu 200 unit. Secara lengkap, hasil pendistribusian berdasarkan kapasitas kendaraan dapat dilihat di Tabel 3.3.

**Tabel 3.3** Hasil Kapasitas Kendaraan menggunakan Model *Integer Non-Linear Programming*

Kendaraan ke-	Kios ke-	Jumlah			Kendaraan ke-	Kios ke-	Jumlah		
		Antar	Ambil	Total			Antar	Ambil	Total
1	1	139	0	139	2	1	111	0	111
	19	115	22	137		17	88	23	111
	13	105	41	146		16	77	39	116
	20	82	62	144		22	56	53	109
	21	59	83	142		11	37	73	110
	32	38	102	140		2	25	100	125
	3	14	126	140		8	14	118	132
	14	0	137	137		10	0	140	140
3	1	0	137	137	1	0	140	140	
	1	181	0	181	4	1	135	0	135
	12	157	27	184		15	119	16	135
	28	141	53	194		5	100	31	131
	18	124	76	200		6	84	59	143
	7	101	88	189		26	63	88	151
	24	77	100	177		25	42	104	146
	29	58	113	171		27	26	118	144
	4	45	142	187		23	13	141	154
	9	20	155	175		31	0	156	156
30	0	168	168	1		0	156	156	
1	0	168	168						

**Rute Awal Perusahaan**

Rute awal yang digunakan oleh UMKM KSM yaitu berdasarkan jarak terdekat dari kios, tanpa mempertimbangkan waktu. Pada rute sebelumnya, UMKM KSM menggunakan 4 kendaraan, dengan rincian kendaraan 1 mengirimkan makanan ringan ke 8 kios, kendaraan 2 mengirimkan ke 9 kios, kendaraan 3 mengirimkan ke 8 kios, dan kendaraan 4 mengirimkan ke 6 kios. Total jarak tempuh dari keempat kendaraan sebesar 29391 meter, dengan masing-masing kendaraan menempuh jarak sebesar 7056 meter, 8196 meter, 6583 meter dan 7556 meter. Untuk kapasitas

kendaraan, kendaraan 1 mengirimkan makanan ringan sebanyak 161 unit dan mengambil makanan ringan sebanyak 161 unit. Kendaraan 2 mengirimkan 166 unit dan mengambil 163 unit yang tidak terjual. Kendaraan 3 mengambil 126 unit dan mengambil 167 unit yang tidak terjual, sedangkan untuk kendaraan 4 mengirimkan 113 unit dan mengambil 110 unit makanan yang tidak terjual. Hal ini dapat terlihat bahwa dari keempat kendaraan yang digunakan untuk mengantar dan mengambil makanan ringan tidak melebihi dari kapasitas kendaraan, yaitu 200 unit. Rute yang digunakan dan kapasitas kendaraan dapat dilihat pada Tabel 3.4 dan Tabel 3.5.

Tabel 3.4 Rute yang digunakan oleh UMKM KSM

Kendaraan ke-	Dilayani Ke-	Kios ke-	Total Jarak	Kendaraan ke-	Dilayani Ke-	Kios ke-	Total Jarak
1	1	1	0	2	1	1	0
	2	19	501		2	12	609
	3	13	1009		3	28	965
	4	20	1534		4	18	1465
	5	21	2091		5	7	2170
	6	17	2822		6	24	2845
	7	30	3543		7	29	3448
	8	4	4201		8	16	5540
	9	9	4800		9	8	6158
		1	7056		10	25	6702
						1	8196
3	1	1	0	4	1	1	0
	2	15	675		2	14	930
	3	5	1313		3	3	1809
	4	6	1937		4	32	2420
	5	26	2527		5	22	3349
	6	27	3287		6	11	3880
	7	23	4111		7	10	6776
	8	31	4620			1	7556
	9	2	5465				
		1	6583				
Total Jarak Tempuh							29391

Tabel 3.5 Hasil Kapasitas Kendaraan menggunakan rute yang digunakan oleh UMKM KSM

Kendaraan ke-	Kios ke-	Jumlah			Kendaraan ke-	Kios ke-	Jumlah		
		Antar	Ambil	Total			Antar	Ambil	Total
1	1	161	0	161	2	1	166	0	166
	19	137	22	159		12	142	27	169
	13	127	41	168		28	126	53	179
	20	104	62	166		18	109	76	185
	21	81	83	164		7	86	88	174
	17	58	106	164		24	62	100	162
	30	38	119	157		29	43	113	156
	4	25	148	173		16	32	129	161
	9	0	161	161		8	21	147	168
	1	0	161	161		25	0	163	163
3	1	126	0	126	4	1	113	0	113
	15	110	16	126		14	99	11	110
	5	91	31	122		3	75	35	110
	6	75	59	134		32	54	54	108
	26	54	88	142		22	33	68	101
	27	38	102	140		11	14	88	102
	23	25	125	150		10	0	110	110
	31	12	140	152		1	0	110	110
	2	0	167	167					
	1	0	167	167					

**Perbandingan Rute Awal dan Rute Usulan**

Perbandingan jarak tempuh pada rute awal yang digunakan oleh UMKM KSM dan rute

usulan menggunakan integer non-linear programming dapat dilihat pada Tabel 3.6.



**Tabel 3.6** Perbandingan Rute Awal dan Rute Usulan

	Rute yang digunakan	
	Rute Awal	Rute Usulan
Rute 1	7056	5299
Rute 2	8196	6546
Rute 3	6583	6684
Rute 4	7556	8287
Total	29391	26816

Berdasarkan tabel tersebut dapat dilihat bahwa total jarak tempuh yang dihasilkan menggunakan integer non-linear programming lebih baik dibandingkan dengan rute awal yang digunakan oleh UMKM KSM, dengan selisih jarak tempuh sebesar 2575 meter atau 9,6%.

Pada penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh (Raipuriya & Gupta, 2020), model integer non linear programming memberikan hasil yang efektif dalam menyelesaikan kasus VRP. Pada penelitian ini, bentuk yang digunakan adalah Mixed Integer Non Linear Programming. Hal ini menunjukkan bahwa bentuk integer non-linear programming dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah *Vehicle Routing Problem* dengan efektif.

#### IV. SIMPULAN

Model *Simultaneous Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem with Time Windows* dapat dimodelkan dalam bentuk *Integer Non-Linear Programming* dengan bantuan perangkat lunak berbasis fungsional menggunakan metode *Branch and Bound*. Sebanyak 4 kendaraan digunakan untuk mendistribusikan makanan ringan dari depot ke kios. Jarak tempuh terpendek yang dihasilkan sebesar 26816 meter, dengan rincian kendaraan 1 menempuh jarak minimum sebesar 5299 meter, dengan rute pendistribusian dari depot-kios 19-kios 13-kios 20-kios 21-kios 32-kios 3-kios 14-depot. Kendaraan 2 mengirimkan dan mengambil makanan ringan dari depot-kios 17-kios 16-kios 22-kios 11-kios 2-kios 8-kios 10-depot dengan total jarak minimum sebesar 6546 meter. Kendaraan 3 mendistribusikan makanan ringan dengan jarak minimum sebesar 6684 meter

dengan rute depot-kios 12-kios 28-kios 18-kios 7-kios 24-kios 29-kios 4-kios 9-kios 30-depot. Untuk kendaraan 4, makanan ringan dikirim dari depot-kios 15-kios 5-kios 6-kios 26-kios 25-kios 27-kios 23-kios 31-depot dengan jarak minimum sebesar 8287. Rute yang menggunakan metode *Branch and Bound* menghasilkan total jarak tempuh yang lebih pendek jika dibandingkan dengan rute awal yang digunakan oleh UMKM Khalifah Sejahtera Mandiri yaitu 29391 meter, atau selisih jarak sebesar 2575 meter atau 9,6%.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Adewumi, A. O., & Adeleke, O. J. (2016). A new model for optimizing waste disposal based on customers' time windows and road attributes. *Applied Mathematical Sciences*, 10, 2051–2063. <https://doi.org/10.12988/ams.2016.63114>
- Garside, A. K., & Cahyanti, D. N. (2018). Penyelesaian Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick Up and Delivery dengan Algoritma Tabu Search. *Jurnal Ilmiah Teknik Industri*, 17(2), 125. <https://doi.org/10.23917/jiti.v17i2.6703>
- Karim, M. K., Setiawan, B. D., & Adikara, P. P. (2018). Optimasi Vehicle Routing Problem With Time Windows (VRPTW) Pada Rute Mobile Grapari (MOGI) Telkomsel Cabang Malang Menggunakan Algoritme Genetika. *Jurnal Pengembangan Teknologi Informasi dan Ilmu Komputer*, 2(8), 2702–2709.
- Kristina, S., Sianturi, R. D., & Husnadi, R. (2020). Penerapan Model Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) Menggunakan Google OR-Tools untuk Penentuan Rute Pengantaran Obat pada Perusahaan Pedagang Besar Farmasi (PBF). *Jurnal Telematika*, 15(2), 101–106.
- Nur, W., & Abdal, N. M. (2017). Penggunaan Metode Branch and Bound dan Gomory Cut dalam Menentukan Solusi Integer Linear Programming. *SAINTIFIK*, 2(1), 9–15. <https://doi.org/10.31605/saintifik.v2i1.91>

- Putri, D. A. P. (2017). Vehicle Routing Problem Dengan Time Window Untuk Multiple Product Dan Multiple Route Menggunakan Algoritma Sequential Insertion. *Jurnal Teknik Industri*, 17(1), 22. <https://doi.org/10.22219/JTIUMM.Vol17.No1.22-30>
- Raipuriya, M., & Gupta, R. (2020). On Vehicle routing Problem using Mixed Integer Non-Linear Programming. *International Journal for Research in Engineering Application & Management*, 06(01), 32–34. <https://doi.org/10.35291/2454-9150.2020.0251>
- Widyastiti, M., & Awaludin, M. (2021). Implementasi Vehicle Routing Problem with Multiple Trips pada Masalah Pengangkutan Sampah. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, 18(1), 45–56. <https://doi.org/10.12962/limits.v18i1.6038>
- Widyastiti, M., & Kamila, I. (2020). Model Vehicle Routing Problem Dalam Menentukan Banyaknya Rute Dan Armada Pengangkutan Sampah Di Kota Bogor. *EKOLOGIA*, 19(1), 39–43. <https://doi.org/10.33751/ekol.v19i1.1661>